

Anales del VII CONGRESO NACIONAL DE ESTUDIANTES DE POSTGRADO EN ECONOMÍA (CNEPE)

**DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR**

**INSTITUTO DE INVESTIGACIONES ECONÓMICAS Y SOCIALES DEL SUR (IIESS)
CONICET - UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR**

Bahía Blanca

Mayo de 2015

ISBN: 978-987-1648-39-9



Departamento de Economía



I I E S S

Un ensayo sobre las dificultades lógicas del uso de expectativas racionales.

Pascuini, Paulo.

Un ensayo sobre las dificultades lógicas del uso de expectativas racionales

Paulo Daniel Pascuini
IIEP-BAIRES (UBA-CONICET)*

Versión : Abril, 2015

Resumen

La generalidad y simpleza en la definición del equilibrio de expectativas racionales, sumada a la extrema complejidad de su aplicación en modelos macroeconómicos, oculta necesariamente una de dos debilidades que son inherentes al uso habitual de este concepto en macroeconomía. El presente trabajo procura evidenciar porqué; o bien la estimación de las leyes de movimiento en un modelo de expectativas racionales carece de utilidad debido al aspecto autorreferencial que anula la posibilidad de dar recomendaciones, o en caso de que esta estimación posea alguna utilidad más allá del mero ejercicio teórico, la misma contradice la propia definición del equilibrio de expectativas racionales.

Clasificación JEL: C62, C69, D84

*Dirección: Instituto Interdisciplinario de Economía Política, Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Económicas, Córdoba 2122, C1120AAQ, CABA, Argentina. E-mail: paulopascuini@gmail.com. El presente trabajo surge de un proyecto más amplio iniciado en 2013 junto con Daniel Heymann y Fernando Tohmé. Por supuesto todos los aciertos, si los hubiera, surgen de lo que el autor ha aprendido de ellos mientras que los errores y omisiones son responsabilidad del autor.

1. Introducción

La macroeconomía moderna ha sido ampliamente criticada por el uso excesivo de matemática sofisticada en sus modelos, el supuesto de que los precios de los activos condensan toda la información relevante, la creencia en la bondad de los resultados de los mercados competitivos, la deficiencia de los modelos de ciclos reales al ignorar las fricciones y las imperfecciones de los mercados y la remota posibilidad de ser utilizados en contextos de crisis o su incapacidad para predecirlas. Por sobre todas estas, una de las características más atacadas de la macroeconomía moderna ha sido el uso de la hipótesis de expectativas racionales en sus modelos.

La hipótesis de expectativas racionales ha sido criticada por su incompatibilidad con la posibilidad de obtener más de un equilibrio, el desatinado intento de agregar el comportamiento individual, la posibilidad de que un hogar representativo, describiendo las expectativas de todos, no satisfaga los supuestos de racionalidad, el uso de expectativas racionales en la hipótesis de mercados eficientes y su incapacidad para comprender las burbujas en los mercados financieros. Muchos de estos ataques han sido respondidos parcial o totalmente.

Sin embargo, no ha habido un intento en la literatura por profundizar en la característica más débil de la macroeconomía moderna, esto es que, o bien (i) existe una inconsistencia lógica en la manera en la cual se utilizan los modelos de expectativas racionales en la práctica o bien (ii) la construcción de modelos de expectativas racionales es totalmente inocua.

1. En el primer caso nos referimos a que si la estimación de la verdadera ley de movimiento sirve para que los agentes, por ejemplo el gobierno, cambie su conducta y por lo tanto sea modificada la ley de movimiento, aquella estimación no correspondía a la ley de movimiento verdadera y por lo tanto no era de expectativas racionales.
2. En el segundo caso nos referimos a que si la ley de movimiento estimada con un modelo de expectativas racionales representa la ley de movimiento real, la tarea del analista (o econometrista) al estimarla carece de utilidad, salvo por el mero ejercicio, ya que de ser la verdadera ley de movimiento, la revelación de esta no modificará absolutamente nada de la realidad.

Estas contradicciones aunque obvias, son difíciles de ser identificadas debido en primer lugar a la complejidad de estos modelos y en segundo lugar, paradójicamente, a la extrema generalidad y simplicidad de la definición de un equilibrio de expectativas racionales. El objetivo del presente trabajo es explicar

porque la propia definición del concepto de equilibrio de expectativas racionales implica o una imposibilidad de ser llevado a la práctica estrictamente o la total irrelevancia, desde el punto macroeconómico, de las estimaciones que surgen de los modelos de expectativas racionales.

2. Equilibrio de expectativas racionales

En esta sección se pretende dar una breve reseña de la evolución del concepto de equilibrio de expectativas racionales y su uso en macroeconomía. Se presentan las ideas originales de Muth (1961) para ilustrar la noción de expectativas modelo consistentes, luego cómo Lucas (1976) retoma el trabajo de Muth para establecer la equivalencia entre la verdadera y la subjetiva distribución de probabilidades llegando finalmente a una definición formal del concepto (Ljungqvist y Sargent, 2000).

Las expectativas racionales son netamente un concepto de equilibrio que fuera introducido originalmente por Muth (1960 y 1961). Allí aparece originalmente la idea de que las expectativas son modelos consistentes y no se cometen errores sistemáticos. En su artículo de 1961, *Rational Expectations and the Theory of Price Movements*, Muth se ve motivado por la intención de hacer predicciones sensibles acerca de la forma en la cual las expectativas cambiarían tanto cuando la información disponible varía como cuando la estructura del sistema se modifica. Muth se propone delinear una teoría de expectativas y mostrar que las implicancias son, como una primera aproximación, consistentes con los datos. *"Introduce la hipótesis [de expectativas racionales] en un nivel general y verbal, motivándolo como un corolario de los principios de equilibrio económico y luego procede a dar ejemplos específicos"* (Lucas y Sargent, 1988)

En palabras de Muth;

"Me gustaría sugerir que las expectativas, como son predicciones informadas sobre eventos futuros, son esencialmente iguales a las predicciones de la teoría económica relevante. [...] La hipótesis puede ser reescrita un poco más precisamente de la siguiente manera: las expectativas de las firmas (o, más generalmente, la distribución de probabilidad subjetiva de los resultados) tiende a estar distribuida, para el mismo conjunto de información, sobre la predicción de la teoría (o la distribución de probabilidad *objetiva* de los resultados)"(Muth, 1961).

Muth da una justificación a la idea de que las expectativas son modelos consistentes, es decir porqué tendrían que ser iguales las expectativas de las firmas que las de la teoría económica relevante. Si la predicción de la teoría fuera substancialmente mejor que

las expectativas de las firmas, luego habría oportunidades para los *insiders* de sacar provecho de su información, por ejemplo vendiendo sus proyecciones, lo cual llevará a que al final del día no existan posibilidades de sacar provecho de información en manos de quienes poseen los modelos.

No obstante, la revolución de los modelos de expectativas racionales comenzó más de una década después bajo el impulso que Robert Lucas le diera en su trabajo *Economic Policy Evaluation: a critique* (1976). Allí Lucas ya no habla de las expectativas de las firmas y aquellas provenientes de la teoría económica, sino en términos de verdadera y subjetiva distribución de probabilidades: "*La igualación de la verdadera distribución de probabilidades y la subjetiva distribución de probabilidades en las cuales se basan las decisiones fue acuñada como expectativas racionales por Muth (1961)*" (Lucas, 1976).

Aquí haber remplazado la referencia a la *objetiva* distribución de probabilidades que, argumenta Muth, surge de la teoría económica relevante con la noción de *verdadera* distribución de probabilidades no es trivial. Por subjetiva distribución de probabilidades se hace referencia a aquellas expectativas de los agentes privados. Peso si por *verdadera* distribución de probabilidades se hace referencia a aquella *objetiva* distribución de probabilidades, que para Muth surge de la teoría económica relevante, se está pasando de aquella igualación entre una ley de movimiento subjetiva o percibida (PLM) por los agentes con aquella ley de movimiento objetiva que surge de la teoría económica relevante (MLM) para Muth, a una igualación de la ley de movimiento percibida (PLM) con la verdadera ley de movimiento (ALM).

Pasándolo en limpio, podemos llamar,

1. Subjetiva distribución de probabilidades: Ley de movimiento percibida (*PLM*)
2. Objetiva distribución de probabilidades (aquella que surge de la teoría económica relevante): Ley de movimiento del modelo (*MLM_t*)
3. Verdadera distribución de probabilidades: Ley de movimiento verdadera (*ALM*)

Hemos denotado a la ley de movimiento que surge de la teoría con un subíndice temporal porque Muth la describe precisamente como aquella que surge de la teoría económica *relevante*, con lo cual salvo que la teoría económica no evolucione, la ley de movimiento correspondiente a la teoría relevante en t no tiene por qué ser idéntica a la ley de movimiento en $t + j$. De esta manera podemos representar la diferencia entre cómo define a las expectativas racionales Muth (1961) y como Lucas (1976) lo cita.

De Muth (1961) surge que con expectativas racionales:

$$PLM = MLM_t \tag{1}$$

De Lucas (1976) surge que con expectativas racionales:

$$PLM = ALM \quad (2)$$

(1) y (2) evidentemente no son compatibles. La ALM por ser la verdadera, no variaría en el tiempo, y a su vez por (2) es igual a la PLM . Por su parte, si para Muth las expectativas son compatibles con la teoría económica relevante MLM_t , salvo que $MLM_t = MLM_{t+j}$ para todo j , si $MLM_t \neq MLM_{t+j}$ para algún j , entonces cuando la teoría económica relevante se modifique, esto arrojará una nueva ley de movimiento percibida, es decir:

$$MLM_{t+j} = PLM' \neq PLM = ALM$$

Lo recién presentado tiene solo carácter ilustrativo para generar una intuición sobre lo que describiremos en la próxima sección y luego se presentará formalmente. Para esto concluimos esta sección dando una definición formal del concepto de equilibrio de expectativas racionales que surge de Ljungqvist y Sargent (2000).

Definición: Un equilibrio de expectativas racionales es una función de política h , una ley de movimiento agregada real (ALM) G_A , y una ley agregada percibida G tales que (a) Dada G , h resuelve el problema de optimización del individuo; y (b) h implica que $G_A = G$.

3. Irrelevancia o inconsistencia

En macroeconomía una ley de movimiento estacionaria es una distribución de probabilidades que caracteriza la evolución de las variables endógenas. La realización de las variables endógenas surge de las decisiones de los agentes económicos y de shocks aleatorios, que como tales están totalmente fuera del rango de decisión de estos. Para cada momento del tiempo existe una posible distribución de probabilidades sobre las variables endógenas y por lo tanto una secuencia de posibles distribuciones (para el vector de variables endógenas en cada momento del tiempo).

Podríamos pensar en esta secuencia de posibles realizaciones para los vectores de variables endógenas como distintas evoluciones del vector de variables endógenas a lo largo del tiempo, cada una con una masa diferente. Si pudiéramos pararnos al final de la historia la evolución del vector de variables endógenas sería cierta, aunque difícilmente podríamos saber cuál era la distribución de probabilidades de cada variable en cada momento del tiempo ya que solo contaríamos con una observación en función de las realizaciones en cada momento del tiempo. Contando con la secuencia de distribuciones de probabilidades para el vector de variables endógenas lo que obtendríamos es la ley de movimiento verdadera, lo que hasta aquí hemos llamado ALM .

Como dijimos los agentes toman decisiones en cada momento del tiempo y podemos pensar que las mismas surgen de la res-

olución de un problema estocástico inter-temporal. En cada momento del tiempo los agentes observan la realización del vector de variables endógenas y toman sus mejores decisiones teniendo en cuenta el comportamiento del resto de los agentes, luego estas elecciones llevadas adelante por los agentes y los shocks aleatorios del siguiente período dan lugar a la realización del vector de variables endógenas en el siguiente período.

Bajo expectativas racionales la percepción de los agentes sobre la evolución de las variables endógenas, es decir la ley de movimiento percibida *PLM*, o distribución de probabilidades subjetiva en términos de Muth (1961), lleva a tomar decisiones que dan como resultado la *ALM*, siendo que estas dos coinciden en distribución. Esto se denomina equilibrio de expectativas racionales donde la *PLM* es un punto fijo que genera una *ALM* y por lo tanto ambas coinciden.

En la realidad podemos pensar que existen dos categorías de agentes, los *privados* y el *gobierno*. Todos los agentes toman su mejor decisión teniendo en cuenta el comportamiento del resto. En las aplicaciones en macroeconomía esto surge de (*as if*) los agentes resolvieran un problema de optimización estocástico inter-temporal. Dado un valor determinado del vector de variables endógenas en un determinado momento existe una *ALM*.

Si existiera un agente externo y omnisciente, este podría conocer esta verdadera ley de movimiento, pero en la realidad lo único que existe son estimaciones de la misma, que son realizadas por un tercer personaje en esta historia, el *economista*. El *economista* realiza un modelo donde los agentes se comportan de la manera descrita anteriormente y con ese modelo realiza una estimación de la *ALM*.

Aquí inevitablemente surgen algunas preguntas. Si la estimación de la ley de movimiento fue acertada, es decir que la ley de movimiento del modelo coincide con la verdadera ley de movimiento, cual es la utilidad de la estimación? Es decir, es posible realizar algún tipo de recomendación por ejemplo al gobierno en función de la estimación de la verdadera ley de movimiento?

Si este fuera el caso, en nuestro ejemplo implicaría que el gobierno puede beneficiarse de conocer dicha estimación, con lo cual puede modificar su comportamiento, en cuyo caso la ley de movimiento que surge es diferente a la verdadera ley de movimiento sobre el cual se realizó la estimación. Más específicamente, el *economista* "*no estaba en realidad usando un equilibrio de expectativas racionales para interpretar las observaciones históricas, habiendo atribuido a los agentes expectativas en cuanto a la política del gobierno que no tomó en cuenta apropiadamente sus recomendaciones*" (Sargent, 2008). Esta dificultad lógica para usar los modelos de expectativas racionales con el objetivo de dar recomendaciones surge de la ausencia del economista en los mismos.

Por otro lado, si la estimación de la verdadera ley de movimiento fue correcta, la recomendación no daría absolutamente ningún beneficio ya que la estimación no podría de manera alguna afectar a la verdadera ley de movimiento. En este caso, la labor del economista es tan solo un ejercicio que no tiene ninguna relevancia.

En la próxima sección pasaremos de la introducción intuitiva de los argumentos dada hasta el momento a una formalización de la misma. Aportaremos inicialmente algunas definiciones básicas, luego la caracterización del concepto de equilibrio como un punto fijo y finalmente una caracterización de todos los elementos que nos llevarán a una proposición y demostración sobre la inconsistencia o irrelevancia de la utilización de modelos de expectativas racionales.

4. Formalización

4.1. Definiciones formales básicas

Definimos una *ley de movimiento* estacionaria como $\phi : Y \times \Delta Z \rightarrow \Delta Y$, donde Y es un espacio n -dimensional de vectores de variables, concebidas como *endógenas*, mientras que Z es un espacio m -dimensional de vectores de variables normalmente distribuidas, consideradas *shocks exógenos*. ΔZ y ΔY representan los espacios de distribuciones de probabilidad sobre Z y Y , respectivamente.

Dado el valor observado, es decir la realización, de la variable endógena en el período t , $y_t \in Y$ y la posible distribución de las realizaciones del siguiente período δz_{t+1} , $\phi(y_t, \delta z_{t+1})$ arroja una posible distribución de valores en Y para $t + 1$. Abusando levemente de la notación, indicamos esta distribución como $\phi[y_{t+1}]$. La secuencia $\mathbf{y} = \phi[y_0], \dots, \phi[y_t], \phi[y_{t+1}], \dots$ es una posible solución a un problema estocástico de optimización inter-temporal \mathcal{P} .

Asumimos que ϕ pertenece a la clase Φ_{y_0} de posibles leyes de movimiento empezando en $y_0 \in Y$.

4.2. Expectativas racionales y puntos fijos

Una característica clave en el análisis de expectativas racionales es la relación entre las leyes de movimiento *real* (ALM) y *percibida* (PLM). Como ambas tienen la misma representación podemos pensarlo como:

$$\underbrace{\bar{\phi}}_{\text{ALM}} = T(\underbrace{\phi}_{\text{PLM}})$$

Donde $T : \Phi_{y_0} \rightarrow \Phi_{y_0}$.

Un *equilibrio de expectativas racionales* es un punto fijo de T . Su existencia requiere que se satisfagan algunas propiedades. La más débil de estas condiciones es la siguiente:

- a. Φ_{y_0} se encuentra parcialmente ordenada bajo la relación \sqsubseteq .
- b. $\langle \Phi_{y_0}, \sqsubseteq \rangle$ es un *laticio completo*. Esto es, para cualquier familia $\mathcal{F} \subseteq \Phi_{y_0}$ existen dos funcionales ϕ^u y ϕ_d en Φ_{y_0} tales que para todo $\phi \in \mathcal{F}$:
 - i. $\phi_d \sqsubseteq \phi$ y,
 - ii. $\phi \sqsubseteq \phi^u$,
- c. $T : \Phi_{y_0} \rightarrow \Phi_{y_0}$ es *creciente*: para todo $\phi, \phi' \in \Phi_{y_0}$ tales que $\phi \sqsubseteq \phi'$ obtenemos $T(\phi) \sqsubseteq T(\phi')$.

Proposición 1: Si T y Φ_{y_0} satisfacen las condiciones a, b y c , T posee un *punto fijo mínimo* $\phi^* \in \Phi_{y_0}$. Esto es, $\phi^* = T(\phi^*)$ y para todo $\hat{\phi} \in \Phi_{y_0}$ tal que $\hat{\phi} = T(\hat{\phi})$, $\phi^* \sqsubseteq \hat{\phi}$.

Demostración 1: *Surge inmediatamente del teorema de punto fijo de Tarski.* \square

4.3. Modelo y “realidad”

La ley de movimiento provee una forma reducida de la representación del comportamiento de un sistema económico. Como se dijo, en la mayoría de las aplicaciones esta es la solución a un problema de optimización inter-temporal \mathcal{P} para dos tipos de agentes, agentes privados y gobierno, quienes eligen valores de sus correspondientes variables de decisión. Esto es, en cada período t la elección de un vector de variables es $x_t^p \in X^p$ (conjuntamente por parte de los agentes privados), mientras que el gobierno elige $x_t^g \in X^g$.¹

Ambos, los agentes privados y el gobierno, observan y_t (la realización de las variables endógenas en t) y eligen x_{t+1}^p y x_{t+1}^g . Dado un shock aleatorio z_{t+1} , se obtiene la variable endógena y_{t+1} , distribuida de acuerdo a $\phi[y_{t+1}]$. En un equilibrio de expectativas racionales, los agentes privados y el gobierno dan sus mejores respuestas entre ellos.

La utilidad de estas distinciones puede encontrarse en la formulación de políticas. Esto funciona de la siguiente manera:

- Dado un valor inicial y_0 de las variables endógenas y el correspondiente espacio Φ_{y_0} , se determina un punto fijo $\bar{\phi}$, es decir una verdadera ley de movimiento.

¹Las propiedades de X^p y X^g , que surgen de los detalles de \mathcal{P} , aseguran la existencia de una solución en cada período t .

- El gobierno, si conociera la "verdadera" ley de movimiento $\bar{\phi}$, elegiría una secuencia $\{x_t^{g*}\}_{t \geq 0}$ tal que se maximizan sus objetivos. Esta decisión del gobierno potencialmente generaría un punto fijo posiblemente alternativo ϕ^*

El conocimiento certero de la verdadera ley de movimiento $\bar{\phi}$ sólo podría surgir de un agente externo omnisciente. Pero en la realidad surge de un procedimiento de estimación llevado adelante por otro personaje, el *economista*, quien con el objetivo de asesorar al gobierno construye un modelo de la situación. Este modelo, M , posee dos características salientes. Una es la *estimación* econométrica de la ley de movimiento, $\bar{\phi}_M \in \Phi_{y_0}$. La otra característica de M involucra el problema de optimización del gobierno, dada la ley de movimiento. Esta forma reducida produce una $T_M : \Phi_{y_0} \rightarrow \Phi_{y_0}$. Ante la ausencia de omnisciencia, la estimación del *economista* implica que en general que $T_M \neq T$.

Luego, la estimación del *economista* genera una ley de movimiento ϕ_M^* potencialmente diferente, es decir $\phi_M^* = T_M(\bar{\phi}_M)$ indica la ley de movimiento que surge de las elecciones óptimas prescriptas al gobierno luego de la estimación $\bar{\phi}_M$.

En los modelos de expectativas racionales se asumen usualmente dos condiciones:

- $\bar{\phi}$ y $\bar{\phi}_M$ (así como ϕ^* y ϕ_M^*) producen la misma distribución excepto para un subconjunto de Y con medida 0.

Esta condición es algunas veces presentada como que no se cometen "*errores sistemáticos*". Una consecuencia inmediata es que los valores esperados del mundo real y de las distribuciones del modelo, en cada período t , coinciden.²

Aún con este supuesto simplificador tenemos que:

Proposición 2: Si $\bar{\phi} \neq \phi^*$, ni $\bar{\phi}$ ni ϕ^* son equilibrios de expectativas racionales.

Demostración 2: Como $\phi^* \neq \bar{\phi}$, $\phi^* = T(\bar{\phi})$, entonces ni ϕ^* ni $\bar{\phi}$ son puntos fijos de T . \square

Por lo tanto estamos frente a un dilema, o $\bar{\phi} = \phi^*$, y entonces el completo ejercicio de formulación de política carece de sentido, o la solución original $\bar{\phi}$ no era una ley de movimiento de expectativas racionales.

²La evaluación de la igualdad entre distribuciones es, en realidad, algo que sólo puede ser probado en un muy largo plazo.

5. Conclusión

La macroeconomía moderna ha ostentado el uso de modelos sumamente rigurosos y de una alta sofisticación matemática que llegan a sus resultados basándose en un concepto de equilibrio sumamente general, sencillo y poco restrictivo. No obstante, la noción original que surge de Muth (1961) donde se igualan las leyes de movimiento subjetivas de los agentes y objetivas que surgen de la teoría económica relevante entra en conflicto con la igualación de la ley de movimiento subjetiva o percibida con la ley de movimiento verdadera como se plantea en Lucas (1976) y en la definición más formal del equilibrio de expectativas racionales (Ljungqvist y Sargent, 2004) siempre que la teoría económica relevante las estimaciones que surgen de nuevos modelos evolucionen.

No obstante, recurriendo a la definición formal del equilibrio de expectativas racionales, la implementación de este concepto en la estimación de la ley de movimiento verdadera por parte del economista, implica necesariamente la irrelevancia del ejercicio ya que ningún agente podría tomar un comportamiento distinto al que ha tenido hasta el momento, siendo este (ahora y antes) por definición óptimo en el sentido que lo señala el equilibrio de expectativas racionales y por lo tanto en el que se basó la estimación. Si por el contrario la estimación del economista pudiera arrojar alguna recomendación, necesariamente esta estimación habría surgido de un modelo donde los agentes no incorporaron las recomendaciones y por lo tanto no era de expectativas racionales.

6. Referencias

Ljungqvist, L., & Sargent, T. J. (2000). Recursive macroeconomic theory. Granite Hill Publishers.

Lucas, R. E. (1976, December). Econometric policy evaluation: A critique. In Carnegie-Rochester conference series on public policy (Vol. 1, pp. 19-46). North-Holland.

Lucas, R. E., & Sargent, T. J. (Eds.). (1981). Rational expectations and econometric practice (Vol. 2). U of Minnesota Press.

Muth, J. F. (1960). Optimal properties of exponentially weighted forecasts. *Journal of the American Statistical Association*, 55(290), 299-306.

Muth, J. F. (1961). Rational expectations and the theory of price movements. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 315-335.

Sargent, T. J. (2008). Rational expectations. *The New Palgrave Dictionary of Economics*. Second Edition. Eds. Steven N. Durlauf and Lawrence E. Blume. Palgrave Macmillan, 2008.